

CORRECTION

BILAN 7 : BERNOUILLI



I- Quelques expériences

EXPERIENCE 1



Aspiration de l'eau

Observation : L'eau du b cher est **aspirée** lorsqu'on ouvre le robinet.

Explications :

- la section du robinet **diminue**.
- la pression **diminue** lorsque la section diminue : il y a une dépression
- puisqu'il y a une baisse de pression le liquide dans le b cher est **aspiré**

EXPERIENCE 2

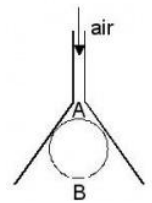


La balle de pingpong qui flotte

Observation : La balle de ping-pong est **aspirée**

Explications :

- la section du verre **diminue**.
- la pression **diminue** lorsque la section diminue : il y a une dépression
- puisqu'il y a une baisse de pression l'air dans le verre est **aspiré**



EXPERIENCE 3

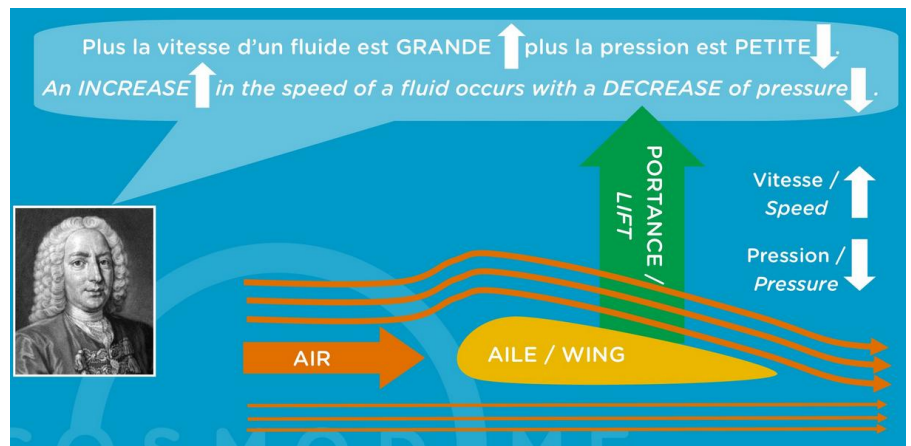
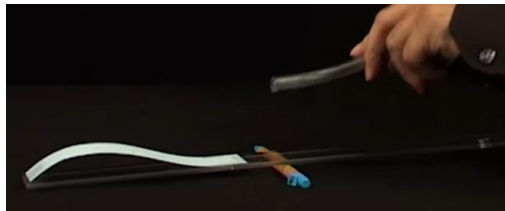


L'aile d'avion qui se soulève

Observation : l'aile d'avion **monte**

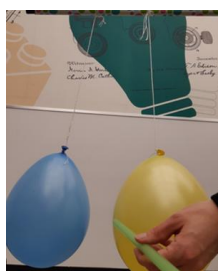
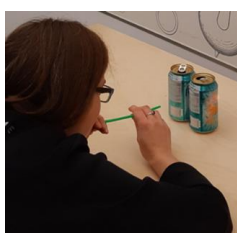
Explications :

- la vitesse de l'air au-dessus de l'aile est plus grande que celle en dessous de l'aile
- lorsque la vitesse du fluide augmente sa pression **diminue**: il y a une dépression
- puisqu'il y a une pression plus **petite** au dessus de l'aile qu'en dessous la feuille décolle



<https://www.youtube.com/watch?v=1Pgct7sjTMk>

EXPERIENCE 4



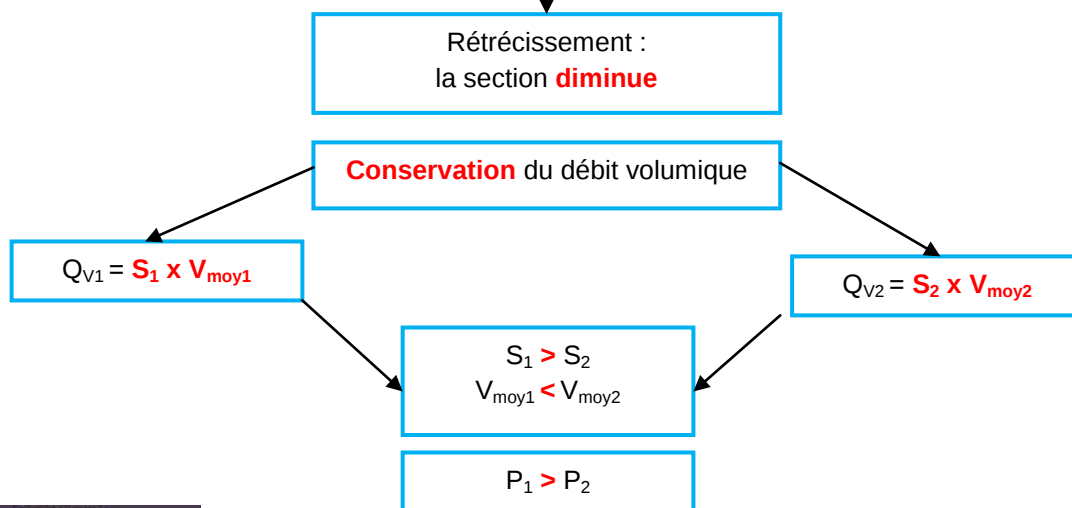
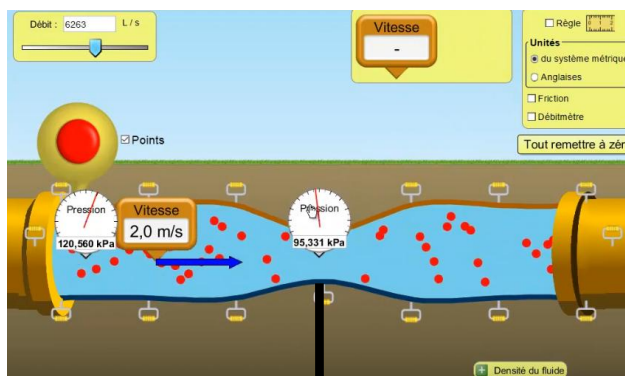
Les 2 feuilles qui se rapprochent

Observation : Lorsqu'on souffle entre 2 feuilles ou entre 2 canettes, elles **se rapprochent**.

Explications :

- l'air propulsé entre les 2 objets fait augmenter la **vitesse** du fluide
- la pression du fluide **diminue** lorsque sa vitesse augmente.
- la pression **diminue** : il y a une dépression : les 2 objets se rapprochent

<https://www.youtube.com/watch?v=FGg5o5pMFn8>



Au niveau du rétrécissement :

- la vitesse d'un fluide est plus **grande** du fait de la conservation du débit
- la pression du fluide est plus **faible**

III- THEOREME de BERNOULLI généralisé à un fluide VISQUEUX avec POMPAGE

1- TYPES D ENERGIES

Au **point 1** de la canalisation, le fluide a pour caractéristiques :

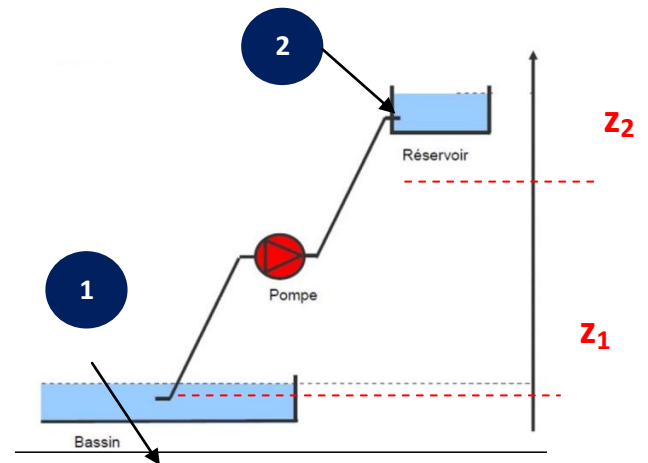
- Sa vitesse notée v_1
- Sa pression notée P_1
- Son altitude notée z_1

Au **point 2** de la canalisation, le fluide a pour caractéristiques :

- Sa vitesse notée v_2
- Sa pression notée P_2
- Son altitude notée z_2

Du fait de ses caractéristiques, le fluide possède donc :

- de l'énergie **cinétique** liée à sa **Vitesse**
- de l'énergie due **à sa pression**
- de l'énergie **potentielle** liée à son **altitude**



2- THEOREME

Soit un fluide visqueux (de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η) se déplaçant entre les points 1 et 2 grâce à une pompe, le **théorème de Bernoulli** traduit la **CONSERVATION DE L'ENERGIE** pour le fluide entre les points 1 et 2

Ce théorème fait donc intervenir :

- **L'énergie cinétique**
- **L'énergie de pression**
- **L'énergie potentielle de pesanteur**
- **Les pertes de charge (perte d'énergie) dues aux frottements du fluide**
- **L'apport d'énergie par la pompe**

D'où le théorème de Bernoulli généralisé entre les points 1 et 2 :

→ en **pression**

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{moy1}^2 + P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \Delta P_{pompe} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{moy2}^2 + P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \Delta H_{charge}$$

→ en **hauteur**

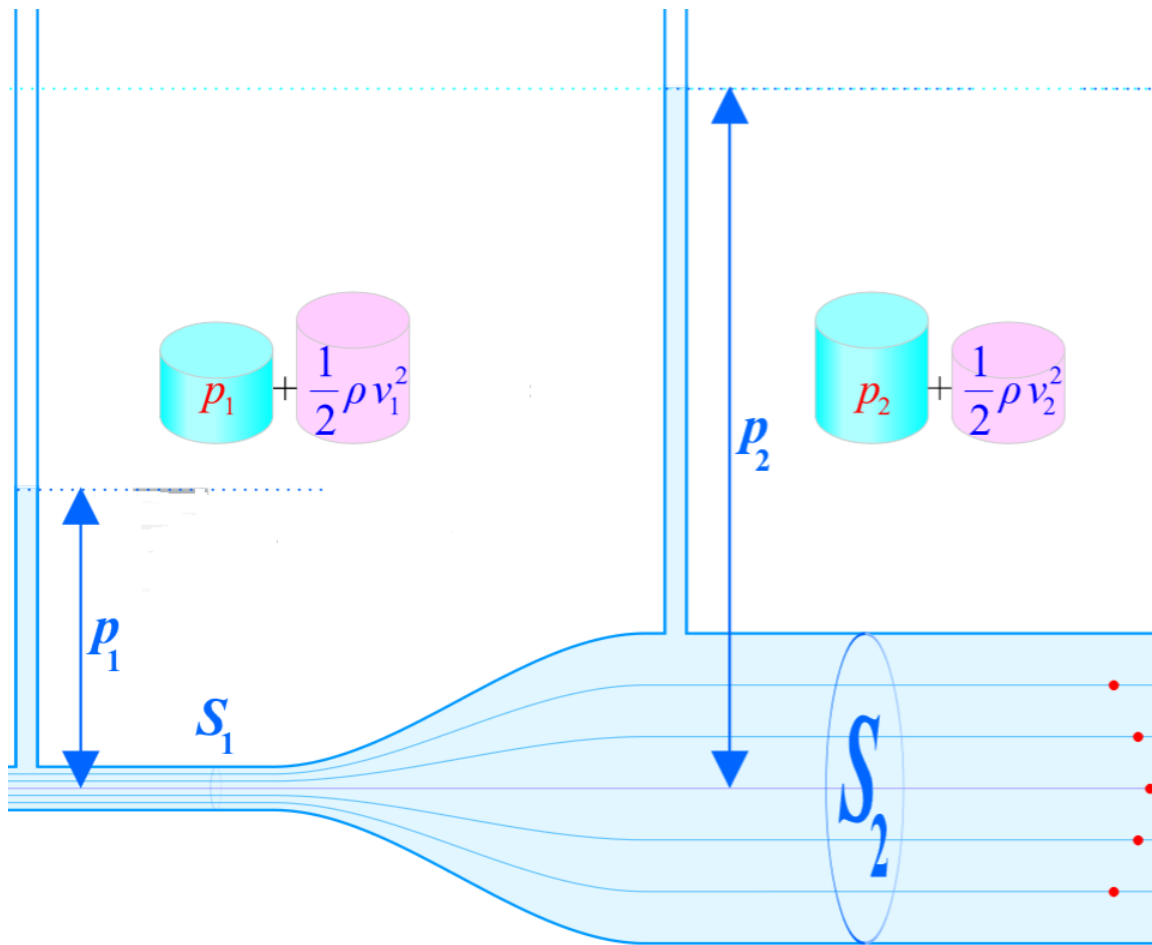
$$\frac{v_{moy1}^2}{2 \cdot g} + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + HMT = \frac{v_{moy2}^2}{2 \cdot g} + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + J_{tot}$$

Avec :

- ρ : masse volumique du fluide ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
- v_1 et v_2 vitesse d'écoulement du fluide aux points 1 et 2 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
- P_1 et P_2 : pression du fluide aux points 1 et 2 (Pa)
- z_1 et z_2 : altitude du fluide aux points 1 et 2 (m)
- g : intensité de pesanteur ($\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$)
- ΔP_{charge} : pertes de charge en pression (Pa)
- $J_{tot} = J_{sing} + J_{reg}$: pertes de charge en mètre de colonne de liquide (mCE)
- ΔP_{pompe} : terme en pascal traduisant l'énergie apportée par la pompe (Pa)
- HMT : terme en mètre de colonne de liquide traduisant l'énergie apportée par la pompe (mCE)

IV- THEOREME de BERNOULLI généralisé à un fluide NON VISQUEUX SANS POMPAGE

https://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?s=mech_bernoulli&l=fr



D'où le théorème de Bernoulli généralisé simplifié entre les points 1 et 2 :

→ en **pression**

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{moy1}^2 + P_1 + \cancel{\rho \cdot g \cdot z_1} + \cancel{\Delta P_{pompe}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{moy2}^2 + P_2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot z_2} + \cancel{\Delta H_{charge}}$$

→ en **hauteur**

$$\frac{v_{moy1}^2}{2 \cdot g} + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \cancel{z_1} + \cancel{HMT} = \frac{v_{moy2}^2}{2 \cdot g} + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \cancel{z_2} + \cancel{J_{tot}}$$

V- APPLICATION

Le but de cet exemple est de dimensionner la pompe de remplissage du château d'eau, c'est-à-dire de calculer l'énergie que doit apporter la pompe pour que l'écoulement de l'eau se fasse dans les bonnes conditions.

Données

Diamètre des canalisations :
 $D = 0,20 \text{ m}$

Débit volumique : $Q_v = 180 \text{ m}^3/\text{h}$

Viscosité cinématique de l'eau :
 $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Coefficients de pertes de charge singulières :

$K_{\text{vanne}} = 0,3$

$K_{\text{clapet}} = 4$

$K_{\text{coude}} = 1$

$K_{\text{crépine}} = 10$

Type d'écoulement et coefficient pertes de charges

→ $Re < 2000$

Écoulement laminaire

$\lambda = 64/Re$

→ $2000 < Re < 40\,000$,

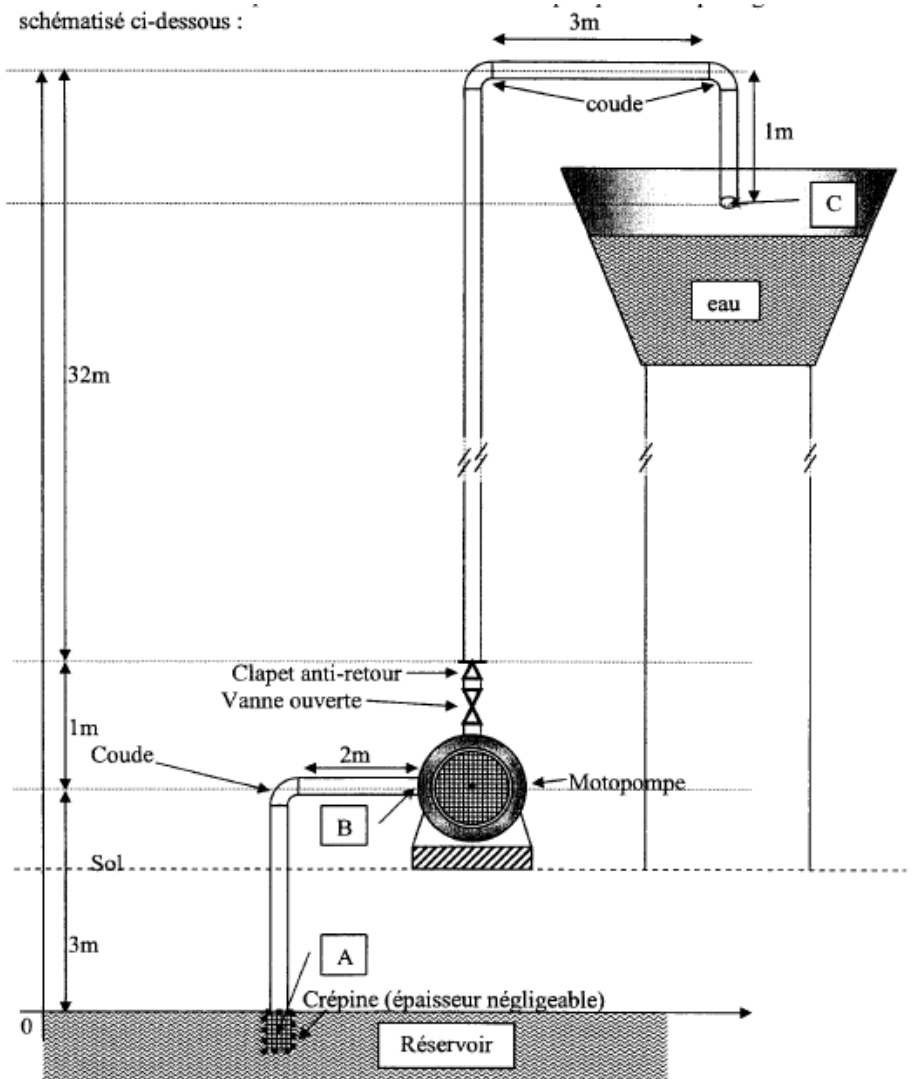
écoulement turbulent lisse

$\lambda = 0,316 \times Re^{-0,25}$

→ $Re > 40\,000$

Écoulement turbulent rugueux

$\lambda = 0,02$.



QUESTIONS

- 1- **Calculer** la vitesse V_{moy} d'écoulement de l'eau dans les conduites en régime permanent.
- 2- **Déterminer** le type d'écoulement.
- 3- **Calculer** les pertes de charge totales en mètre de colonne d'eau.
- 4- On admettra que la vitesse d'écoulement de l'eau en A est nulle.
 - a- **Choisir** les 2 points entre lesquels il faut appliquer le théorème de Bernoulli généralisé en hauteur.
Ecrire l'expression du théorème
 - b- **Simplifier** cette expression du théorème de Bernoulli et **justifier** les simplifications.
 - c- **Exprimer** puis **calculer** la valeur de la hauteur manométrique totale (énergie exprimée en mètre de colonne de liquide) que doit apporter la pompe au circuit.

CORRECTION

$$1- \quad V_{moy} = \frac{Qv}{S} = \frac{Qv}{\pi \times R^2} = \frac{4 \times Qv}{\pi \times d^2} = \frac{4 \times (\frac{180}{3600})}{\pi \times 0,20^2} = 1,6 \text{ m.s}^{-1}$$

$$2- \quad Re = \frac{V_{moy} \times d}{\nu} = \frac{1,6 \times 0,20}{10^{-6}} = 320\,000$$

L'écoulement est donc turbulent rugueux car $Re > 40\,000$

3- Pertes de charge régulières :

$$J_{reg} = \frac{\lambda \times V_{moy}^2 \times L}{2 \times g \times d} = \frac{0,02 \times 1,6^2 \times (3 + 2 + 1 + 32 + 3 + 1)}{2 \times 10 \times 0,20} = 0,54 \text{ m}$$

Pertes de charge singulières :

$$J_{sing} = \frac{K \times V_{moy}^2}{2 \times g} = \frac{(0,3 + 3 \times 1 + 4 + 10) \times 1,6^2}{2 \times 10} = 2,21 \text{ m}$$

Pertes de charge totales : $J_{tot} = 0,54 + 2,21 = 2,75 \text{ m}$

4- Théorème de Bernoulli :

a- On choisit les points A et C pour énoncer le théorème de Bernoulli afin de faire intervenir la pompe

$$\frac{P_A}{\rho g} + z_A + \frac{V_A^2}{2g} + H_{NT} = \frac{P_C}{\rho g} + z_C + \frac{V_C^2}{2g} + J$$

b- Les points A et C sont au contact de l'air, donc $P_A = P_C = P_{atm}$

La vitesse en A est nulle.

Il reste donc :

$$z_A + H_{NT} = z_C + \frac{V_C^2}{2g} + J$$

c- Soit $HMT = (z_C - z_A) + J_{tot} + V_C^2/2g = (32 - 1 + 1 + 3) + 2,21 + 1,6^2/2 \times 10 = 37,3 \text{ mCE}$